

Nom de famille (naissance) :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse/époux)

G U I L L E T

Prénom(s) :

C L A R A

N° d'inscription :

Né(e) le :

22 / 08 / 2001

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Olympiades de mathématiques

Section/Spécialité/Série : 1^{ère} S

Epreuve :

Matière : Mathématiques Session : 2018

CONSIGNES

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1

Par l'ensemble
l'exercice n°1 est
bien censé !

12,5

Partie I

1. $n = 2018$

$s_n = 8102$

$$s_n = n + s_n$$

$$= 2018 + 8102$$

$$= 10120 /$$

2. $n = 36$

$s_n = 63$

$$s_n = 36 + 63$$

$$= 99$$

36 est un entier n dont le somme est 99.

3. pour $n = 1$; $s_n = 2$

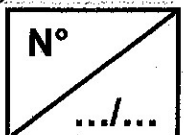
$n = 2$; $s_n = 4$

$n = 3$; $s_n = 6$

$n = 4$; $s_n = 8$

$n = 5$; $s_n = 10$

Donc,

2; 4; 6 et 8 sont tous les nombres
sommes ayant 1 chiffre.4. 5 est donc par exemple un entier
 k qui n'est le somme d'aucun entier.

5. Prenons $n=15$ et $m=33$

$$s_n = 15 + 51 = 66$$

$$s_m = 33 + 33 = 66$$

Donc, $n=15$ et $m=33$ sont bien deux entiers n et m distincts tel que $s_n = s_m$

Partie II

6. $n = 10a + b$

a. $n = 10a + b$ donc $s_n = 10b + a$

Ainsi,

$$s_n = 10a + b + 10b + a$$

$$= 11a + 11b$$

$$= 11(a + b)$$

s_n est donc bien divisible par 11.

b. $10 = 10 \times 1 + 0$

soit $a=1$ et $b=0$

donc, $s_n = 11(a + b) = 11(1 + 0) = 11$

pour $n=11$

$$11 = 10 \times 1 + 1$$

soit $a=1$ et $b=1$

donc, $s_n = 11(a + b) = 11(1 + 1) = 22$

pour $n=99$

$$99 = 9 \times 10 + 9$$

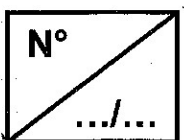
soit $a=9$ et $b=9$

donc, $s_n = 11(a + b) = 11(9 + 9) = 198$

Donc, tous les sommés des entiers $n \in [10; 99]$ sont les multiples de 11, de 11 à 198

soit : 11 ; 22 ; 33 ; 44 ; 55 ; 66 ; 77 ; 88 ; 99 ;

110 ; 121 ; 132 ; 143 ; 154 ; 165 ; 176 ; 187 ; 198



$$7. \quad n = 100a + 10b + c$$

$$s_n = 100u + 10v + w$$

$$a. \quad \cancel{s_n} < 10000 \Leftrightarrow \cancel{n + r_n} < 10000$$

$$\Leftrightarrow \cancel{100a + 10b + c + 100c + 10b + a} < 10000$$

$$\Leftrightarrow \cancel{101a + 20b + 101c} < 10000$$

$$\Leftrightarrow \cancel{20b + 101(a+c)} < 10000$$

$$a. \quad s_n = 100u + 10v + w \quad \text{et} \quad s_n = n + r_n$$

donc

$$n + r_n = 100u + 10v + w$$

soit

$$100a + 10b + c + 100c + 10b + a = 100u + 10v + w$$

$$100(a+c) + 10(b+b) + 1(a+c) = 100u + 10v + w$$

Par identification,

$$\cancel{u = a+c}$$

$$\cancel{v = b+b}$$

$$w = a+c$$

Comme $0 \leq w \leq 9$, $0 \leq a+c \leq 9$ et $a, c \in \mathbb{N}$
donc,

$$a+c < 10$$

Comme v est le dernier chiffre de $b+b$ et que
 $b+b = 2b$ donc $b+b$ est pair, alors,
 v est pair. /

$$b. \quad \text{si } a+c = 9, \quad s_n = 900 + 10(b+b) + 9$$

donc,

$$0 \leq b+b < 10$$

soit

$$0 \leq b < 5$$

Les valeurs possibles de b sont
 $0; 1; 2; 3$ et 4 .

c. si $0 \leq b < 5$

$$u = a + c \text{ et } w = a + c$$

donc,

$$u = w$$

si $5 \leq b \leq 9$

$$u = a + c + 1 \text{ et } w = a + c$$

donc,

$$u = w + 1$$

d. Si v est pair, u non nul avec
 $u = w$ ou $u = w + 1$, toutes les
conditions sont réunies donc,
 $100u + 10v + w$ est un sommé.

e. Il existe ~~135~~ sommés à 3 chiffres de
nombres ayant 3 chiffres

Partie III

$$m \leftarrow 1$$

$$\text{quo}(a, d) \leftarrow q$$

$$\text{rem}(a, d) \leftarrow r$$

$$s_m \leftarrow 11(q + r)$$

Afficher s_m

Partie IV

9.

Nom de famille (naissance) :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse/époux)

GUILLET

Prénom(s) :

CLARA

N° d'inscription :

Né(e) le :

22 / 08 / 2001

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Olympiade

Section/Spécialité/Série : 1^{ère} S

Epreuve : de maths

Matière : Maths Session : 2018

CONSIGNES

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 2

1. L'aire du triangle équilatéral est de 9cm^2 2. L'aire du carré est de 16cm^2

3. a. Pour $n \geq 3$, le rayon du cercle circonscrit au polygone régulier de côté $n+1$ est $\frac{n}{2}$ fois plus grande que le rayon du cercle circonscrit au polygone régulier de côté n .

b. $n \leftarrow 3$ $u \leftarrow f(3)$ Tant que $n < 15$ $n \leftarrow n+1$ $u \leftarrow f(u)$

Fin du tant que

Afficher u Pour $n=15$