

1

Donc si $a+c=9$ alors b peut être égal à 1, 2, 3 ou 4.

$$c. \text{ On a } S_n = 100(a+c) + 10(2b) + a+c$$

Par identification avec $S_n = 100u + 10v + w$

$$\text{On peut dire que } u = w = a+c$$

$$S_n = 100(a+c) + 10(2b) + a+c$$

$$S_n = 100(a+c + \frac{b}{5}) + a+c$$

$$\text{Par identification avec } S_n = 100u + 10v + w$$

$$\text{On peut dire que } u = a+c + \frac{b}{5} \quad v=0 \quad w = a+c$$

Or u est un entier entier, 1 et a est b est un entier en 0 et 9.

Donc u est entier si $b=5$.

$$\text{On a donc } u = a+c+1 \quad \text{et} \quad w = a+c$$

$$\text{Donc } v = w+1$$

$$\text{Donc soit } u=w \quad \text{soit } u=w+1$$

7d) Si v est pair est u non nul avec $u=w$

$$\text{On a } S_n = 100(a+c) + 10(2b) + a+c$$

$$\text{de la forme } 100u + 10v + w$$

Ainsi, avec $a+c=u$ $v=2b$ et $w=a+c$ alors $100u+10v+w$ est un somme.

Si n est pair avec $u=w+1$

$$\text{On a } S_n = 100(a+c+1) + a+c$$

$$\text{de la forme } 100u + 10v + w$$

Ainsi avec $u=a+c+1$ $v=0$ et $w=a+c$ alors $100u+10v+w$ est un somme.

7e) On étudie le premier cas, si v est égal à 2b

Donc v est soit 2, 4, 6 ou 8. donc $b=1, 2, 3$ ou 4

$$u = a+c \quad \text{et} \quad w = a+c$$

avec u et $w < 10$ et a non nul

$$\text{on a soit } a=9 \text{ et } c=0$$

$$a=8 \text{ et } c=1$$

$$a=7 \text{ et } c=2$$

$$a=6 \text{ et } c=3$$

$$a=5 \text{ et } c=4$$

$$a=4 \text{ et } c=5$$

N°

W.S.

NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou concours :

Série* :

Spécialité/option* :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Note :

20

Appréciation du correcteur* :

11,25 + 5

16,25

WARD Benjamin
LFI HONG KONG

*Uniquement s'il s'agit d'un examen.

Exercice national numéro 1:

Partie 1.

1. Soit le nombre $n = 2018$

Donc son chiffre r_{2018} est 8102.

$$\text{On a le somme } S_{2018} = n_{2018} + r_{2018}$$

$$\text{Donc } S_{2018} = 2018 + 8102$$

$$S_{2018} = 10120$$

Donc le somme de 2018 est 10120.

2. On cherche un entier n dont le somme est 99.

$$\text{Donc } n + r_n = 99$$

$$\text{On a } 99 = 90 + 09$$

Donc pour $n=90$, son somme est égal à 99.

3. On cherche tous les nombres sommes ayant 1 chiffre.

Soit $n + r_n \leq 9$ avec n un entier naturel non nul.

Cette inéquation est vérifiée pour 1 ($S_1=2$), pour 2 ($S_2=4$), pour

3 ($S_3=6$) et 4 ($S_4=8$). On observe que pour n à 1 chiffres, alors son

somme est $S_n = 2n$.

4. Il existe des entiers k qui ne sont pas le somme d'aucun entier.

En effet, tous nombre à 1 chiffre impair ne correspond à aucun somme

(1, 3, 5, 7, 9) car il n'est pas sur la forme $2n$. Il en existe

également à 2 chiffres comme 12 et pour n'importe quel nombre de chiffres.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

N°

W.S.

◀ AGRAFES ÉVENTUELLES

5. On cherche deux entiers m et n distincts tels que $S_n = S_m$

Soit $m + r_n = m + r_m$

Prendons n et m des nombres à 2 chiffres par exemple tel que $n = \overline{ab}$

et $m = \overline{cd}$

On a donc $\overline{ab} + \overline{ba} = \overline{cd} + \overline{dc}$

Cette égalité est vérifiée si $c = b$ et $d = a$.

Ainsi on peut déduire que les nombres 21 et 12 ont des sommes égales tous les deux à 33.

Partie II.

6 a) Soit $m = 10a + b$ avec a et b compris entre 0 et 9 et a non nul.

Donc $r_n = 10b + a$

Donc $S_n = m + r_n$

$S_n = 10a + b + 10b + a$

$S_n = 11(a + b)$

Donc S_n est divisible par 11.

6 b) On donne tous les sommes des entiers $m \in [10; 99]$

D'après la question 6 a) On peut écrire que $S_{(ab)} = 11(a + b)$. Donc :

~~$S_{10} = 11$~~

$S_{10} = 11$

~~$S_{11} = 22$~~

$S_{11} = S_{20} = 22$

~~$S_{12} = 33$~~

$S_{12} = S_{21} = S_{30} = 33$

~~$S_{13} = 44$~~

$S_{13} = S_{22} = S_{31} = S_{40} = 44$

~~$S_{14} = 55$~~

$S_{14} = S_{23} = S_{32} = S_{41} = S_{50} = 55$

~~$S_{15} = 66$~~

$S_{15} = S_{24} = S_{33} = S_{42} = S_{51} = S_{60} = 66$

~~$S_{16} = 77$~~

$S_{16} = S_{25} = S_{34} = S_{43} = S_{52} = S_{61} = S_{70} = 77$

~~$S_{17} = 88$~~

$S_{17} = S_{26} = S_{35} = S_{44} = S_{53} = S_{62} = S_{71} = S_{80} = 88$

~~$S_{18} = 99$~~

$S_{18} = S_{27} = S_{36} = S_{45} = S_{54} = S_{63} = S_{72} = S_{81} = S_{90} = 99$

~~$S_{19} = 110$~~

$S_{19} = S_{28} = S_{37} = S_{46} = S_{55} = S_{64} = S_{73} = S_{82} = S_{91} = 110$

$S_{29} = S_{38} = S_{47} = S_{56} = S_{65} = S_{74} = S_{83} = S_{92} = 121$

$S_{31} = S_{40} = S_{59} = S_{68} = S_{77} = S_{86} = S_{95} = 132$

$S_{41} = S_{50} = S_{69} = S_{78} = S_{87} = S_{96} = 143$

$S_{51} = S_{60} = S_{79} = S_{88} = S_{97} = 154$

$S_{61} = S_{70} = S_{89} = S_{98} = 165$

$S_{71} = S_{80} = S_{99} = 176$

$S_{81} = S_{90} = 187$

$S_{91} = 198$

7. a) On a $m = 100a + 10b + c$ et $S_n = 100v + 10u + w$

et donc $r_n = 100c + 10b + a$

$S_n = 100a + 10b + c + 100c + 10b + a$

$S_n = 101a + 101c + 20b$

$S_n = 101(a + c) + 20b$

Or d'après l'énoncé $S_n = 100v + 10u + w$, donc S_n est un nombre à trois chiffres.

Donc $(a + c) < 10$ sinon S_n s'écrit avec 4 chiffres (si $a + c \geq 10$ alors

$S_n \geq 1010$)

On a $S_n = 101(a + c) + 20b$

$\Rightarrow S_n = 100(a + c) + 10(2b) + a + c$

Or d'après l'énoncé $S_n = 100v + 10u + w$

Par identification $a + c = v$, $2b = u$ et $a + c = w$

Or $2b = u$ donc u est le double d'un entier compris entre 0 et 9

Donc u est pair.

7. b) Si $a + c = 9$

Alors $S_n = 101(9) + 20b$

$S_n = 909 + 20b$

Or d'après l'énoncé S_n s'écrit avec 3 chiffres donc $S_n < 1000$

Donc $909 + 20b < 1000$

$\Rightarrow 20b < 91$

$\Rightarrow b < 4,55$

2. Soit un cercle de rayon r et de centre O . Soit ABC un triangle inscrit dans ce cercle.

La longueur OC est égale à $\frac{2}{3}$ de la hauteur issue de C sur le côté AB . (il part du centre O et se termine à une extrémité du cercle), mais aussi $\frac{2}{3}$ de la médiane de ABC .

On a donc $OC = \frac{2}{3}(6)$

$$OC = 4$$

Soit AD le diamètre du cercle circonscrit :

$$AD = 2OC$$

$$AD = 8$$

2. Puisque le carré $PMNO$ a des côtés tangents à ce cercle, alors la longueur de ses côtés est égale à celle du diamètre du cercle.

$$\text{Soit } PM = AD = 8$$

Soit A l'aire du carré $PMNO$.

$$A_{\text{carré}} = PM^2$$

$$= 64$$

Donc l'aire du carré est de 64 cm^2

3a) Pour un entier n supérieur ou égal à 3

le rayon du cercle circonscrit au polygone régulier à $n+1$ côtés en fait le rayon du cercle précédent à côtés est :

$$R_{n+1} = \sqrt{2} \cdot (R_n)$$

3b) Il s'agit d'une formule de récurrence, une suite géométrique de raison $\sqrt{2}$.

L'algorithme est le suivant :

Variation : Affecter à n la valeur 3.

Traitement : Affecter à r la valeur $4 \times (\sqrt{2})^{n-3}$

Sortie : Afficher "Le rayon est de "

Affecter à r .

3c) L'algorithme est le suivant :

Variation : Affecter à x la valeur 21

Examen ou concours :

Série* :

Spécialité/option* :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Note :

20

Appréciation du correcteur* :

*Uniquement s'il s'agit d'un examen.

$$a = 3 \text{ et } c = 6$$

$$a = 7 \text{ et } c = 2$$

$$a = 6 \text{ et } c = 1$$

On a donc 9 combinaisons pour a et c et 4 chiffres possibles pour b .

Donc pour $u = w$ il y a donc 36 nombres possibles.

On étudie le deuxième cas :

$$\text{Pour } u = w + 1$$

On a $u = atc + 1$ et $v = 0$ avec u non nul et $u \leq 10$

Donc les combinaisons pour a et c sont :

$$a = 8, c = 0$$

$$a = 7, c = 1$$

$$a = 6, c = 2$$

$$a = 5, c = 3$$

$$a = 4, c = 4$$

$$a = 3, c = 5$$

$$a = 2, c = 6$$

$$a = 1, c = 7$$

il y a 8 combinaisons pour a et c , et $b = 0$

Donc il y a 8 nombres possibles.

Donc le nombre total de nombres dont la somme est à 3 chiffres est 44.

Partie III.

8. L'algorithme est le suivant :

Variation : affecter à n la valeur 10

Traitement : Si $n \leq 10$ alors

Affecter "S_n"

Affecter $2n$

Sinon

affecter à n la valeur $\text{quo}(n, 10)$

affecter à n la valeur $\text{rem}(n, 10)$

Il est interdit aux candidats de signer leur composition, ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens.

N°

6.1.9
8

N°

5.1.9

Tant que $n \geq 9$

$C(n, 1) + C(n, 2) + \dots + C(n, n) = 2^n - 1$

b) passer le valeur $10b + \text{rem}(n, 10)$

Quand $n < 9$

attribuer à S la valeur $b + a$

Attribuer " $S_n =$ " Attribuer $b + a$.

9. Le plus petit nombre supérieur ou égal à 2018 est 1002.

En effet pour $n \in [0; 1001]$, $S_n < 2018$

et $S_{1002} = 3003$

10. On cherche un entier naturel n non nul tel que $S_n = 10n$

Soit $c_n = S_n - n$

Donc, $c_n = 9n$

Soit $c_n = 9n$

Exercice n°2. (5)

1. Le triangle équilatéral ABC comme cercle inscrit celui de rayon 2 cm.

Soit le centre des cercles inscrits le point de concours des médianes du triangle, qui se croisent à $2/3$ de leur longueur.

Or dans un triangle équilatéral, les médianes sont les hauteurs.

Soit l'altitude du triangle équilatéral = 6 cm

Soit le triangle ABC ci-dessous

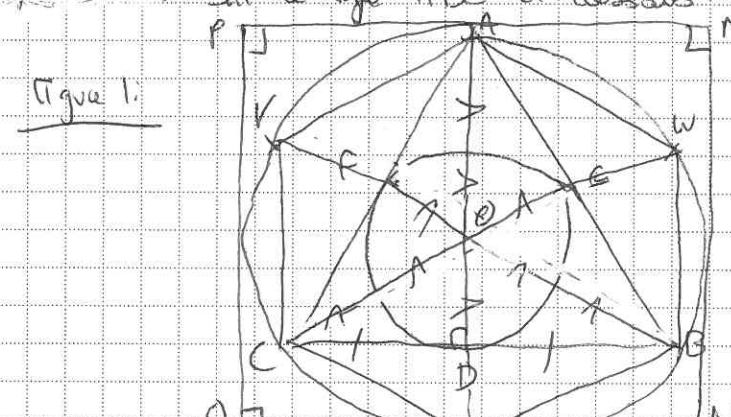


Figure 1.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en D.

On a $AB^2 = AD^2 + DB^2$

Or $DB = 1/2 AB$ (médiane)

Donc $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4} AB^2$

$$\frac{3}{4} AB^2 = 36$$

$$AB^2 = 48$$

$$AB = 4\sqrt{3}$$

Donc les côtés du triangle sont de $4\sqrt{3}$ cm

Soit A l'aire du triangle ABC .

$$A = \frac{BC \times AD}{2}$$

$$A = \frac{4\sqrt{3} \times 6}{2}$$

$$A = 12\sqrt{3}$$

Donc l'aire du triangle équilatéral est de $12\sqrt{3}$ cm².

2. Soit un carré dont les côtés sont tangents au cercle circonscrit de ABC .

Soit $PMNQ$ le carré sur la figure 1.

Soit AB le diamètre du cercle circonscrit.

N°

6/9

N°

6/9

Examen ou concours :

Série* :

Spécialité/option* :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Si votre composition
comporte plusieurs
feuilles, numérotez-les
et placez les
intercalaires dans le
bon sens.

Note :

20

Appréciation du correcteur* :

*Uniquement s'il s'agit d'un examen.

Traitement : $a = \frac{2}{14}$

Si $a < \sqrt{2}$

Afficher "2 cercles"

Sinon

Pour b allant de 3 à $+\infty$
tant que $a > \sqrt{2}$

$a = a/\sqrt{2}$

Fin si

Afficher "50 - b"

Afficher "cercles".

Mayum a donc 8 cercles d'après cet algorithme.

4. Si Mayum avant le papier, elle ne pourra pas car $(\sqrt{2})^{10} > 42$.

Donc elle ne pourrait pas tracer 100 cercles, seulement 13.