

est impossible. Donc le couple ne pourra jamais dépasser le digonal.

4. Puisque le graphique montre l'échelle des parts cumulée des revenus, alors la valeur ne peut jamais diminuer (car un revenu ne peut pas être négatif).  
Donc le couple est toujours croissant.

1. a) Calcul du coefficient de Gini dans le cas d'une égalité parfaite.  
d'où  $A=0$  et  $B=1$

$$\text{donc } G = \frac{0}{0+1} \Rightarrow G=0$$

- b) Calcul du coefficient de Gini dans le cas d'une inégalité parfaite.  
d'où  $A=1$  et  $B=0$

$$\text{donc } G = \frac{1}{1+0} \Rightarrow G=1$$

2. On a l'axe de  $A+B = 1/2$  ( $1 \times 1/2$ )

$$\text{Donc } A+B = 1/2$$

$$\text{Donc } G = \frac{2A}{A+B}$$

$$\Rightarrow G = \frac{A}{1/2}$$

$$\Rightarrow G = 2A$$

$$\text{On a } A = 1/2 - B$$

$$\text{Donc } G = \frac{1/2 - B}{1/2}$$

$$\Rightarrow G = 2 - 1 - 2B$$

La valeur maximale de  $A$  est  $1/2$  comme celle de  $B$ .

$$\text{Donc } \max(G) = 2(\max A) = 1$$

La valeur minimale de  $B$  est 0 comme celle de  $A$ .

$$\text{Donc } \min(G) = 2(\min B) = 2 \times 0 = 0$$

$$\text{Donc } 0 \leq G \leq 1$$

Examen ou concours :

Série\* :

Spécialité/option\* :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Note :

Appréciation du correcteur\* :

20

MOTTON Michel  
SAPPON Benjamin  
WARD Adrien  
LEI HONG KONG

12+12

24

\*Uniquement s'il s'agit d'un examen.

1. Le nombre d'enchères maximum qu'on peut effectuer en une partie est 6 (d'abord  $E_1=1$ ,  $E_2=2$ ,  $E_3=3$ ,  $E_4=4$ ,  $E_5=5$ ,  $E_6=6$ ).

Si l'un des joueurs annonce que la valeur de son dé est supérieure ou égale à 6 alors il prétend qu'il a 6. On peut alors s'enrichir.

2. a. La stratégie utilisée par l'ordinateur est la suivante. Tout d'abord, l'ordinateur enchère sur la valeur de son dé  $D_1$ . Il s'enrichit à chaque fois de 1 sauf quand  $E_2$  est à 6.

- b. L'erreur de l'algorithme est que l'ordinateur ne date jamais.

L'algorithme est le suivant (corrigé) :

$D_1 \leftarrow$  entier aléatoire entre 1 et 6

$E_1 \leftarrow D_1$

Afficher : "L'enchère est de  $E_1$ ."

$E_2 \leftarrow ?$

Si  $E_2 < 6$  alors :

$E_1 \leftarrow E_2 + 1$

Afficher : "L'enchère est de  $E_1$ ."

$E_2 \leftarrow ?$

Sinon

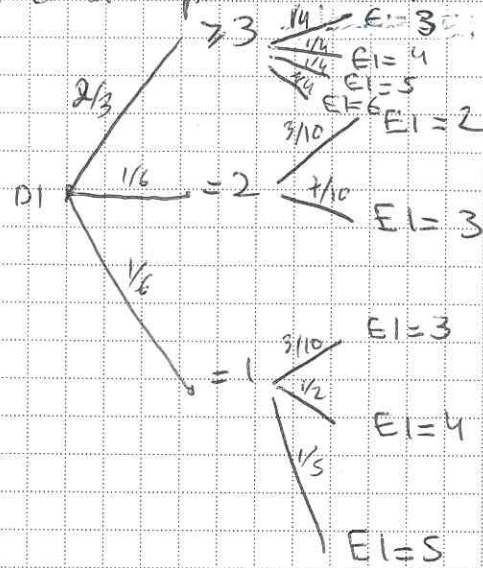
Afficher "date"

Fin si



2c) Pour gagner d'un coup sur cette le programme, il faut deviner que l'ordinateur ait succombé une fois.

3) La loi de probabilité est illustrée par l'arbre de probabilité ci-dessous



Il y a une erreur d'écriture "Si  $D1 > 3$ " remplacé par "Si  $D1 \geq 3$ "

4. a) Lorsque Anais fait l'enchaîne  $E1=5$ , il y a  $5/6$  de probabilité qu'elle ait annoncé le valeur de son dé. Donc si Ben devine alors il a  $1/6$  de gagner.

Si Ben succombe, il peut gagner de 2 manières. Si Anais a  $5/6$  fois 5 et dit 6,  $1/6$  fois 5 alors Ben gagne seulement si il a 6.

$$P(\text{B gagne avec 6 contre 5}) = \frac{5}{36}$$

128

Par contre si elle a 1 ( $1/36$  des fois) alors Ben gagne avec  $2/36$ .

$$P(\text{B gagne avec 6 contre 1}) = \frac{2}{36}$$

Donc il gagne  $5/36 + 2/36$  soit  $1/6$  des fois si Ben succombe.

4b) De même,

Si Anais a 2, il a 0 chance de gagner s'il dit 2. S'il succombe, il a  $2/3$  de chance de gagner.

Si Anais a 3, il y a  $1/2$  de chance de gagner s'il dit 3, s'il succombe, il a  $7/12$  de chance de gagner.

Si Anais a 4, il y a  $1/3$  de chance de gagner s'il dit 4, s'il succombe, il a  $1/2$  de chance de gagner.

Si Anais a 6, s'il dit 6 il a 0 chance de gagner, s'il succombe, il a 0 chance.

Si Ben joue au mieux qu'il peut, selon les questions précédentes, Anais aura  $1/3$  de chance de gagner quand elle dit 2,  $13/120$  de chance quand elle dit 3,  $1/2$  de chance quand elle joue 4, et  $5/6$  de chance quand elle joue 5.

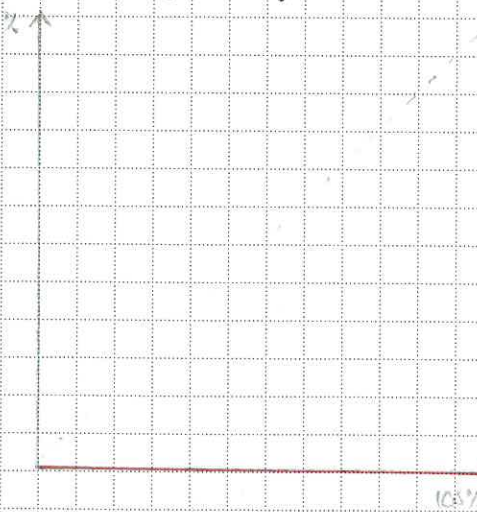
Donc en total, en multipliant par la probabilité qu'elle dise les nombres ( $1/6$  de chance 6,  $1/5$  de chance 5,  $1/4$  de chance 4,  $1/3$  de chance 3,  $1/20$  de chance 2), elle a  $109/180$  de chance de gagner.

Exercice 2: 11

1) Si tous les individus possèdent la même vitesse, alors le carré de Ben correspondra à la fonction  $y=x$  car chaque individu possède la même vitesse, donc la carte évoluera à la même vitesse.

Donc la diagonale du carré côté 1 (ou le côté est  $y=x$ ) est la fonction  $x=y$ , soit en cas d'égalité parfaite.

2) Si il y a un écart complet, alors le joueur est le suivant. Le tracé sera complètement linéaire parfaite.



3) On sait que les individus sont classés du moins riche au plus riche. Si il y a une égalité parfaite alors le joueur de la carte représente la diagonale du carré. Or si la carte est au-dessus de la diagonale, alors la part cumulée des revenus est supérieure à 100% ce qui

N°

2.18

N°

3.18



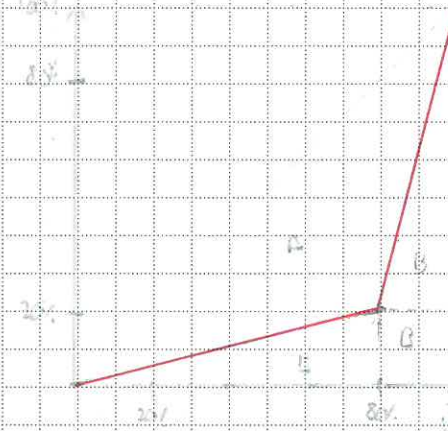
Examen ou concours :	Série* :
Spécialité/option* :	
Repère de l'épreuve :	
Épreuve/sous-épreuve :	
(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)	

Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens.

Note :	Appréciation du correcteur* :
20	

\*Uniquement s'il s'agit d'un examen.

3. Le type de Lorrain est ci-dessous



On calcule l'aire de B

L'aire de B = l'aire du carré de 0,2 et de 2 tuiles rectyles de hauteur 0,8, de base 0,2.

Donc l'aire du carré est de  $0,2^2$

$$A_{\text{carré}} = 0,04$$

Donc l'aire des tuiles rectyles est :

Donc l'aire des tuiles rectyles est :

$$A_{\text{tuiles}} = 2 \left( \frac{b \times h}{2} \right)$$

$$A_{\text{tuiles}} = b \times h$$

$$A_{\text{tuiles}} = 0,16$$

$$D'où B = A_{\text{carré}} + A_{\text{tuiles}}$$

$$\text{Donc } B = 0,20$$

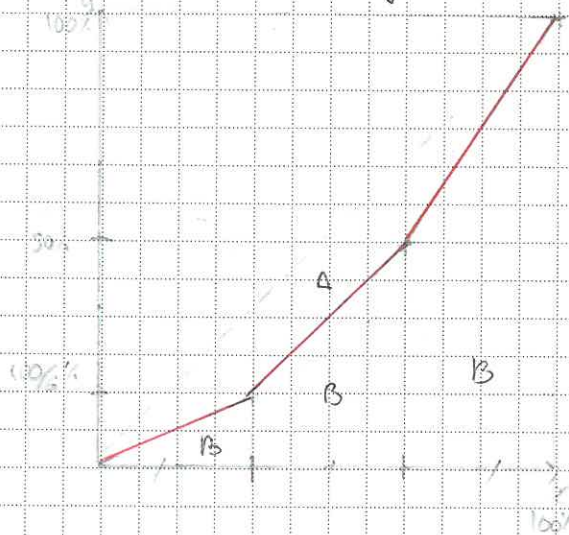


D'après la question 2),  $G = 1 - 2B$

Donc  $G = 1 - 2(0,2)$

$G = 0,6$

4. La courbe de Lorenz d'une telle situation est.



5. On calcule  $B$ , dans le cas où il y a égalité entre les classes donc  $G$  minimal.

$B$  est la somme de l'aire du triangle rectangle de base  $1/3$  et de hauteur  $1/6$ , un trapèze de bases  $1/2$  et  $1/6$  et de hauteur  $1/3$ , et un autre trapèze  $T_2$  de bases  $1/2$  et  $1$  et de hauteur  $1/3$ .

$A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2} = \frac{1}{36}$

$A_1 = \frac{(b_1 + b_2) \times h}{2} = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}) \times \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{9}$

$A_2 = \frac{(b_1 + b_2) \times h}{2} = \frac{(\frac{1}{2} + 1) \times \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{4}$

Donc  $B = \frac{1}{36} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{7}{18}$

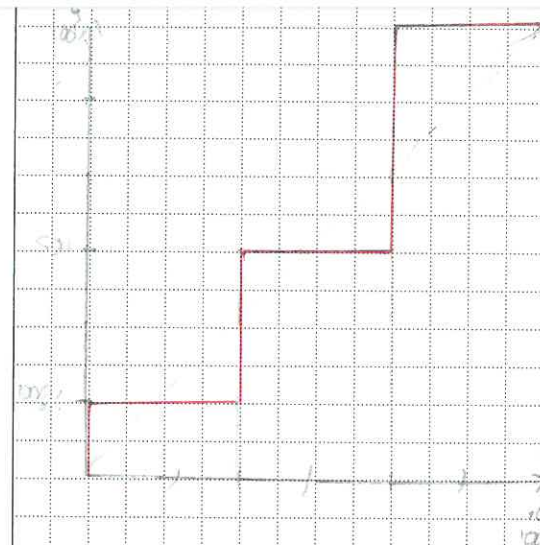
Soit  $G = 1 - 2B$

avec  $B = 7/18$

On a  $G = 2/9$ .

On calcule  $B$ , dans le cas où il y a inégalité parfaite entre les classes donc  $G$  maximal.

Le schéma de Lorenz est le suivant, dans le cas d'inégalité parfaite entre classes, grand donc  $G$  maximum.



On calcule  $B$ , la somme des aires de triangles rectangles  $R_1$  de côtés  $1/6$  et  $1/3$ ,  $R_2$  de côtés  $1/2$  et  $1/3$  et  $R_3$  de côtés  $1$  et  $1/3$ .

Soit  $A_{R1} = 1/6 \times 1/3 = 1/18$

$A_{R2} = 1/2 \times 1/3 = 1/6$

$A_{R3} = 1 \times 1/3 = 1/3$

$B = A_{R1} + A_{R2} + A_{R3} = 1/18 + 1/6 + 1/3 = 10/18 = 5/9$

Soit  $G = 1 - 2B$

$G = 4/9$

Donc  $G$  est compris entre  $\frac{2}{9} \leq G \leq \frac{4}{9}$  donc  $\frac{2}{9} \leq G \leq \frac{4}{9}$ .

Le coefficient de Gini de la question 3 est  $0,6$ .

Or celui-ci est inférieur à  $5/9$ .

Or plus le coefficient de Gini est élevé, plus la situation est inégalitaire.

Donc cette situation ne peut pas être moins inégalitaire que celle de la question 3.