

Nom :

B É R A N G E R U H R I C H L U Q U E T

Prénom :

S O P H I E L U C I E A V A

Né(e) le :

/ /

N° Inscription :

Consigne pour l'identification :

Remplir soigneusement la zone d'identification en MAJUSCULE avec un stylo foncé.

Académie :

Lycée François International de Tokyo

Session :

Examen :

Série : S

Epreuve :

Repère de l'épreuve :

Sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

Exercice 1

1) Le nombre d'enchères maximum est 6.

Si un joueur annonce que la valeur de son dé est supérieure ou égale à 6, l'autre joueur ne peut pas surenchérir. Il est donc obligé de passer. Si la valeur du dé du premier joueur est bien 6, le second perd. Sinon il gagne.

2) a. La stratégie de l'ordinateur lorsqu'il commence en premier est d'enchérir à la valeur de son dé, puis surenchérir sur chaque surenchère du second joueur. La partie s'arrête si une surenchère atteint 6.

b. L'algorithme ne prend pas en compte les cas où le second joueur choisit de passer avant qu'une surenchère atteigne 6.

L'algorithme serait alors plutôt :

$D_1 \leftarrow$ entier aléatoire entre 1 et 6

$E_1 \leftarrow D_1$

Afficher : "L'enchère est de E_1 ."

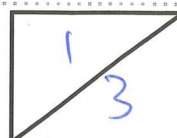
$E_2 \leftarrow ?$

Tant que E_2 est du type nombre et $E_2 < 6$

$E_1 \leftarrow E_2 + 1$

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Dans le cadre du traitement informatique de vos copies : conformément à la loi « informatique et libertés » n° 78-17 du 6 janvier 1978 modifiée, vous bénéficiez d'un droit d'accès et de rectification aux informations qui vous concernent (auprès de la Division des Examens et des Concours de votre Académie).



Afficher : "L'enchère est de E_1 ."
 $E_2 \leftarrow ?$

Fin Tant que

1 c. Pour gagner contre ce programme, il suffit de surenchérir puis de dater de sa surenchère.

Si par contre l'ordinateur obtient un 5 ou un 6, on ne pourra pas surenchérir puis dater de sa surenchère, $5+2 > 6$ et $6+2 > 6$. Dans ce cas, on ne gagnera que si on a obtenu un 6 dans le premier cas et on ne pourra pas gagner dans le second.

3) (On considère dans l'énoncé que son enchère est $E_1 = D_1$ si $D_1 \geq 3$). Alors la loi de probabilité de la variable aléatoire E_1 est :

5 La probabilité d'obtenir 6 est de $\frac{1}{6}$, celle d'obtenir 5 est de $\frac{1}{6} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{5}$, celle d'obtenir 4 est de $\frac{1}{6} + \frac{5}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$, celle d'obtenir 3 est de $\frac{1}{6} + \frac{7}{10} \times \frac{1}{6} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$, et celle d'obtenir 2 est de $\frac{3}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{20}$.

4) a. Si Ben dater, la probabilité qu'il gagne est de $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$.

2 S'il surenchérir, Ben a une chance sur 6 d'avoir obtenu un 6. Comme Anais datera de sa surenchère, la probabilité qu'il gagne est donc de $\frac{1}{6}$.

b. lorsque $E_1 = 2$

Si Ben dater, il n'a aucune chance de gagner.

1 S'il surenchérir, il a 4 chances sur 6 d'avoir obtenu 3 ou plus. Anais si elle surenchérir mentira, elle datera donc.

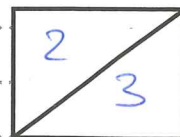
Ben a donc 2 chances sur 3 de gagner s'il surenchérir.

lorsque $E_1 = 3$

Si il dater, la probabilité qu'il gagne est de

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

1 S'il surenchérir, il a une chance sur 2 d'avoir obtenu 4 ou plus. La probabilité qu'il gagne est donc de $\frac{1}{2}$.



lorsque $E_1 = 4$

1
S'il doute, la probabilité qu'il gagne est de $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ et
s'il rechet elle est de $\frac{1}{3}$

lorsque $E_1 = 6$

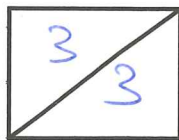
1
S'il doute, la probabilité qu'il gagne est de $1 - 1 = 0$ et
s'il surechet, elle est également de 0.

5) Si Anaïs annonce une enchère à 1 ou 2, Ben surechetra.
Si elle annonce une enchère supérieure, il jouera aléatoirement.

la probabilité qu'Anaïs gagne la partie est donc de :

2

$$\frac{1}{20} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \times 1$$
$$= \frac{1}{60} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{41}{60} \approx 0,68$$



Nom :

BÉRANGER UHRICH LUQUET

Prénom :

SOPHIE LUCIE AVA

Né(e) le :

/ /

N° Inscription :

Consigne pour l'identification :

Remplir soigneusement la zone d'identification en MAJUSCULE avec un stylo foncé.

Académie :

Lycée français International de Tokyo

Session :

Examen :

Série : S

Epreuve :

Repère de l'épreuve :

Sous-épreuve :

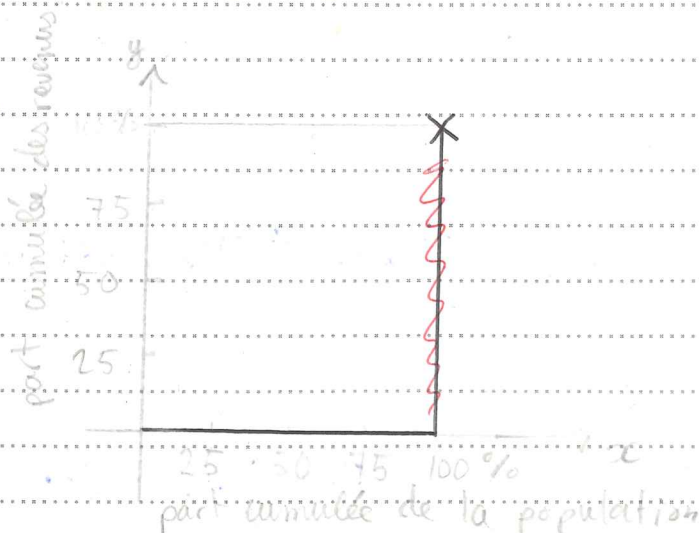
(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

EXERCICE 2

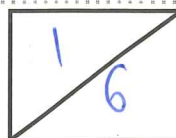
I] 1. Puisque ce sont des pourcentages cumulés croissants sur les deux axes, il faut que 100 % des richesses soient obtenus par 100 % de la population cumulée. De même pour tous les autres points, on a donc $y = x$ comme équation de droite. Par exemple, 75 % de la population cumulée a 75 % des richesses cumulées. Or, on se situe dans un carré de côté 1. Ainsi, la courbe de Lorenz, dans le cas d'une égalité parfaite est la diagonale du carré.

2.



Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Dans le cadre du traitement informatique de vos copies : conformément à la loi «informatique et libertés» n° 78-17 du 6 janvier 1978 modifiée, vous bénéficiez d'un droit d'accès et de rectification aux informations qui vous concernent (auprès de la Division des Examens et des Concours de votre Académie).



3. La diagonale du carré représente le cas dans lequel 100% des richesses sont répartis uniformément entre tous les habitants.

1
OK
des habitants étant ordonnés du moins riche au plus riche, les $n\%$ les plus pauvres ne peuvent pas détenir plus de $n\%$ des richesses, sinon ils seraient au dessus de la moyenne et donc pas les $n\%$ les plus pauvres.

4) Les graduations sur chaque axe sont des pourcentages cumulés croissants. Donc chaque ordonnée ne peut qu'être supérieure à la précédente, les richesses n'étant pas négatives.

II] 1. a) En cas d'égalité parfaite, la courbe de Lorenz et la diagonale sont confondues. Ainsi, $A = 0$, et donc $\frac{A}{A+B} = \frac{0}{0+B} = 0$.

Donc en cas d'égalité parfaite,
 $G = 0$

b) En cas d'inégalité complète, $A = A+B$ (voir la courbe tracée à la question I. 2). Ainsi, si $A = A+B$, $\frac{A}{A+B} = \frac{A}{A} = 1$.

2
Donc en cas d'inégalité complète,
 $G = 1$

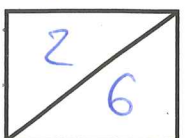
$$2. G = \frac{A}{A+B} = \frac{A}{\frac{1}{2}} = 2A = \frac{\frac{1}{2} - B}{\frac{1}{2}} = (\frac{1}{2} - B) \times 2 = 1 - 2B$$

$$A(A+B) = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

2
Ainsi, A et B sont forcément positifs puisqu'ils expriment des aires.

De plus, A et B se situent en dessous de la diagonale. Donc $A+B \leq 0,5$, avec $A \leq 0,5$.

Donc $0 \leq \frac{A}{A+B} \leq 1$ et $0 \leq G \leq 1$.



3



COURBE DE LORENZ SELON LE PRINCIPE DE PARETO

(pour les calculs suivants, on sait que le carré est de côté 1 cm)

On nomme trois nouvelles zones : C, D et E (en vert sur le diagramme au-dessus)

Les figures délimitées par C et D sont des triangles rectangles. La figure délimitée par E est un rectangle. Tout ceci est motivé par le fait qu'on se place dans un repère orthonormé.

- Pour calculer l'aire de B et A, procédons en trois étapes :

$$A_C = \frac{0,8 \times 0,2}{2} = 0,08 \text{ cm}^2;$$

$$A_D = \frac{(1-0,2) \times (1-0,8)}{2} = 0,08 \text{ cm}^2;$$

et enfin $A_E = (1-0,8) \times 0,2 = 0,04 \text{ cm}^2$

Ainsi, $\mathcal{A}_B = \mathcal{A}_C + \mathcal{A}_D + \mathcal{A}_E$,

soit $\mathcal{A}_B = 0,08 + 0,08 + 0,04 = 0,2 \text{ cm}^2$

- Calculons à présent l'aire totale de $A+B$, notée \mathcal{A}_{A+B} . Cette figure est aussi un triangle rectangle. On a donc :

$$\mathcal{A}_{A+B} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ cm}^2$$

- Enfin, calculons l'aire de A \mathcal{A}_A .
On connaît $\mathcal{A}_B = 0,2 \text{ cm}^2$ et $\mathcal{A}_{A+B} = 0,5 \text{ cm}^2$

1

Ainsi, on obtient :

$$\mathcal{A}_A = \mathcal{A}_{A+B} - \mathcal{A}_B$$

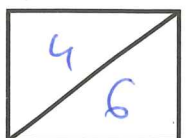
$$= 0,5 - 0,2$$

$$= 0,3 \text{ cm}^2$$

- Pour terminer, sachant que $\mathcal{A}_A = 0,3 \text{ cm}^2$ et $\mathcal{A}_{A+B} = 0,5 \text{ cm}^2$, le coefficient de Gimi est le suivant :

$$G = \frac{A}{A+B} = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5} //$$

OK



Nom :

B É A N G E R U H R I C H L U Q U E T

Prénom :

S O P H I E L U C I E A V A

Né(e) le :

/ /

N° Inscription :

Consigne pour l'identification :

Remplir soigneusement la zone d'identification en MAJUSCULE avec un stylo foncé.

Académie :

Lycée Français International de Tokyo

Session :

Examen :

Série : S

Epreuve :

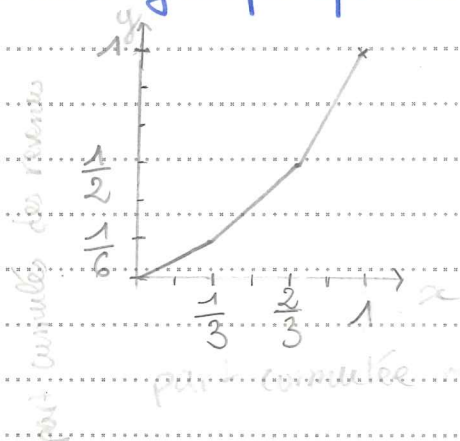
Repère de l'épreuve :

Sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

4) Dans l'exemple où, pour simplifier, chaque individu d'un groupe possède la même richesse.



COURBE DE LORENZ SELON UNE SITUATION DE POPULATION RÉPARTIE EN TROIS GROUPES

5) Calcul de l'aire de B.

$$A_{B1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$A_{B2} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

$$A_{B3} = \frac{1}{3} \times \frac{\frac{1}{2} + 1}{2} = \frac{1}{4}$$

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Dans le cadre du traitement informatique de vos copies : conformément à la loi «informatique et libertés» n° 78-17 du 6 janvier 1978 modifiée, vous bénéficiez d'un droit d'accès et de rectification aux informations qui vous concernent (auprès de la Division des Examens et des Concours de votre Académie).

56

$$A_B = A_{B_1} + A_{B_2} + A_{B_3}$$

$$= \frac{1}{36} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{7}{18}$$

$$A_A = A_{(A+B)} - \left(\frac{7}{18}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{7}{18}$$

$$= \frac{9-7}{18}$$

$$= \frac{2}{18}$$

$$= \frac{1}{9}$$

3

$$G = \frac{A}{A+B} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{9} + \frac{7}{18}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{9} \times \frac{2}{1} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

$$\frac{2}{9} \leq G \leq \frac{5}{9}$$

et le $\frac{5}{9}$!

~~Oui, une situation peut être moins égalitaire si une personne~~

Non, car les 2 premiers tiers de la population devront constituer plus de 80%.
Or ces 2 tiers devront être les plus pauvres. Pourtant, ils sont rangés en ordre croissant. Les plus riches constitueront les 20% restants et la situation sera plus égalitaire.

ok

2

