

Spécialité/option :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Précisez, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Note :

20

Appréciation du correcteur (uniquement s'il s'agit d'un examen):

Ex 1 : 9,5
Ex 3 : 10 } 19,5

*Uniquement s'il s'agit d'un examen.

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

Ex 1:

Partie 1:

1. $S_n = n + r_n$

$S_{2018} = 2018 + 8102 = 10\ 120$ le sommé de 2018 est de 10 120.

2. Si $n = 45$:

$S_{45} = 45 + 54 = 99$ le sommé de 45 est 99.

3. Les nombres sommés ayant 1 chiffre qui sont impairs (1; 3; 5; 7; 9) n'existent pas: n n'existe pas.

Pour les nombres sommés ayant 1 chiffre pair:

pour $S_n = 0$: $S_0 = 0 + 0 = 0 \rightarrow n = 0$

pour $S_n = 2$: $S_1 = 1 + 1 = 2 \rightarrow n = 1$

pour $S_n = 4$: $S_2 = 2 + 2 = 4 \rightarrow n = 2$

pour $S_n = 6$: $S_3 = 3 + 3 = 6 \rightarrow n = 3$

pour $S_n = 8$: $S_4 = 4 + 4 = 8 \rightarrow n = 4$

4. Oui par exemple, le sommé 1 n'existe pas, il n'est le sommé d'aucun entier.

5. Si $n = 15$: $S_{15} = 15 + 51 = 66 \rightarrow S_n = S_m$

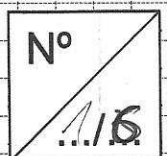
Si $m = 33$: $S_{33} = 33 + 33 = 66$

Donc avec $n = 15$ et $m = 33$, $S_n = S_m$.

Partie 2:

6 a. $n = 10a + b$ $r_n = 10b + a$

$S_n = 10a + b + 10b + a$
 $= 11a + 11b$



Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

1
Or si $S_n = 11a + 11b$, alors S_n est divisible par 11 car 11 est le facteur commun de a et de b.

$$S_n = 11(a+b)$$

- b. En appliquant la formule $S_n = 11(a+b)$ avec a et b compris entre 0 et 9, $a \neq 0$ et a comme le chiffre des dizaines de n et b le chiffre des unités de n :

$$S_{10} = 11(1+0) = 11$$

$$S_{11} = 11(1+1) = 22$$

$$S_{12} = 11(1+2) = 33$$

$$S_{13} = 11(1+3) = 44$$

C'est la table de multiplication de 11.

[...] et ainsi de suite...

$$S_{98} = 11(9+8) = 187$$

$$S_{99} = 11(9+9) = 198$$

15
Donc les sommes des entiers $n \in [10; 99]$ sont respectivement : 11 ; 22 ; 33 ; 44 ; 55 ; 66 ; 77 ; 88 ; 99 ; 110 ; 121 ; 132 ; 143 ; 154 ; 165 ; 176 ; 187 ; 198.

7. a. On sait que r_n est formée des chiffres composant n mais dans l'ordre inverse, par exemple $n = 100a + 10b + c$, $r_n = 100c + 10b + a$. Par conséquent, les placements dans le nombre des chiffres a et c inversent.

De plus, on sait que S_n est un nombre ayant 3 chiffres et pas 4. Pour ça, la somme des chiffres a et c ne doit pas excéder 10 car sinon, S_n sera un nombre ayant 4 chiffres. Autrement dit, $a+c < 10$ pour un nombre S_n ait 3 chiffres.

On sait que : $n = 100a + 10b + c$ et donc $r_n = 100c + 10b + a$ et $S_n = 100u + 10v + w$.

$$S_n = 100a + 10b + c + 100c + 10b + a \text{ car } S_n = n + r_n \\ = 101a + 20b + 101c$$

1
Or $S_n = 100u + 10v + w$. Nous pouvons donc déduire que $20b = 10v$ car ce sont tous les deux le chiffre des dizaines de S_n .

Pour que l'égalité $20b = 10v$ soit vraie, v doit être pair car * sera toujours pair, pour n'importe quelle valeur de b.

N°
2.1.5

* le chiffre des dizaines de 20b

b. s_n est un nombre ayant 3 chiffres. Si $a+c=9$ $b \in [0; 4]$ car à partir de $b=5$, $20b$ sera supérieur à 100 et s_n ne sera plus un nombre ayant 3 chiffres mais 4.

c.

Partie 3:

8. Lire n
 $d \leftarrow 10$
 $a \leftarrow n$
 $\text{quo}(a; d)$

$\text{rem}(a; d) \rightarrow$ unités
 $\text{quo}(a; d) \rightarrow$ dizaines, centaines...

Partie 4:

9. $n = 1011$

$$s_n = 1011 + 1101 \\ = 2112$$

10. $n = 10a + b$

$$s_n = 10a + b + 10b + a \\ = 11a + 11b$$

$$s_n = 10n \\ = 10(10a + b) \\ = 100a + 10b$$

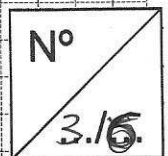
$$10a + b + 10b + a = 10a + 10b \\ 11a +$$

$$11a + 11b = 100a + 10b \\ 89a - b = 0$$

$$11a + 11b = 100a + 10b \\ -89a + b = 0$$

$$\begin{cases} 89a - b = 0 \\ -89a + b = 0 \end{cases} \quad b = 89a$$

?



Impossible.

Ex 3.

$$\begin{aligned} 1. \quad DC &= y + u + t \\ &= 2 + 4 + 5 \\ &= 11 \end{aligned}$$

ABCD est un carré donc
 $AB = CD = BC = DA = 11$.

$$\begin{aligned} L_{R_1} &= AB - y \\ &= 11 - 2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{R_2} &= CB - z \\ &= 11 - 3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{R_3} &= DC - t \\ &= 11 - 5 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{R_4} &= DA - x \\ &= 11 - 1 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{R_5} &= CB - z - x \\ &= 11 - 3 - 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

On a utilisé tous les entiers de 1 jusqu'à 10.

2. a. R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5 sont des rectangles et chaque entier entre 1 à 10 ne peut être utilisé qu'une seule fois. Pour former un carré avec cette condition, $n \geq 10$ car si $n < 10$, le polygone formé sera un rectangle et non pas un carré.

On ne doit utiliser qu'une seule fois les valeurs entre 1 et 10 comme dimension d'un des 5 rectangles. Si $n < 10$, il devrait nécessairement d'utiliser plusieurs fois la même valeur, ce qui n'est pas autorisé.

b. En juxtaposant 3 ou 4 rectangles ayant des dimensions toutes différentes, on ne peut pas obtenir un rectangle.

$$P_{\text{carré}} = n^2 = 10 \times 10 = 100 \rightarrow \text{① } 2 \text{ } 3 \text{ } 4 \text{ } 5 \text{ } 6 \text{ } 7 \text{ } 8 \text{ } 9 \text{ } 10$$

$$\begin{aligned} P_{R_1+R_2+R_3+R_4} &= 1 \times 9 + 2 \times 8 + 3 \times 7 + 4 \times 6 \\ &= 9 + 16 + 21 + 28 \\ &= 74 \end{aligned}$$

Ce sont les dimensions de R_1, R_2, R_3, R_4 pour que $n = 10$. 5 et 10 seront les dimensions de R_5 .

$$P_{R_5} = 10 \times 5 = 50 \rightarrow 74 + 50 > 100 \rightarrow \text{donc } n \neq 10.$$

3. a. Si R_1, R_2, R_3, R_4 ont un de leur sommet qui est A, B, C ou D, sommet du carré, R_5 n'aura aucun sommet sur les côtés du carré ABCD car il n'y a que 4 sommets dans un carré et sa position sera celle qui est entourée par les 4 autres rectangles.

b. Si on additionne toutes les dimensions des 4 rectangles qui forment les côtés du carré en laissant les chiffres les plus petits pour les dimensions du 5e rectangle qui ne forme pas un côté du carré, on a:
 $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 52$. Donc au maximum, le périmètre du carré est égal à 52, autrement dit, il est inférieur ou égal à 52.

$$P_{\text{carré}} = 4n \text{ avec } P \leq 52. \text{ Donc } 4n \leq 52 \quad n \leq 13$$

On peut déduire que $n \leq 13$.

ne rien
écrire
dans

la
partie
barrée

N°

4.15

Spécialité/option :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Précisez, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens.

Note :

20

Appréciation du correcteur (uniquement s'il s'agit d'un examen):

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

4 a Si $n = 12$, $P = 4 \times 12 = 48$. $52 - 48 = 4$.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Après avoir fait les 4 couples de chiffres dont leur somme fait 12, il reste 1 et 6.

Donc les chiffres restants 1 et 6 seront les dimensions du 5^e rectangle qui ne forme pas un côté du rectangle.

b. $P_{\text{carré}} = 12 \times 12 = 144$

$P_{R_1+R_2+R_3+R_4} = 2 \times 10 + 3 \times 9 + 4 \times 8 + 5 \times 7$
 $= 20 + 27 + 32 + 35$
 $= 114$

$P_{R_5} = 6 \times 1 = 6$

Or $114 + 6 \neq 144$. Le carré aura un trou. Donc $n \neq 12$.

5 Ce sont 11 et 13 car on a $11 \leq n \leq 13$ avec $n \neq 12$.

Aussi:

Avec $n = 11$:

$P_{\text{carré}} = 121$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 (dimensions de R_1, R_2, R_3, R_4, R_5)

$P_{R_1+R_2+R_3+R_4} = 1 \times 10 + 2 \times 9 + 3 \times 8 + 4 \times 7$
 $= 10 + 18 + 24 + 28$
 $= 80$

$P_{R_5} = 5 \times 6$
 $= 30$

N°
5.1.6